

Übung 1

Ausgabe: 17.09.2025 (im Internet)

Abgabe: 24.09.2025 (via E-Mail an Ihren Assistenten)

Ziel dieser Übung ist, dass Sie

- Fehlerangaben erkennen können und lernen, dass die Zahl signifikanter Stellen bei der Angabe einer Messgrösse bzw. berechneten Werten wichtig ist (Aufgabe 1),
- Übung im Umgang mit Messwerten und Einheiten bekommen (Aufgaben 1, 3),
- Übung im Umgang mit Vektoren und der Vektorrechnung sowie das Rechnen mit physikalischen Einheiten (Aufgabe 2),
- das Konzept des Drehimpulses in der klassischen Mechanik kennenlernen, um es mit dem Konzept des Drehimpulses in der Quantenmechanik vergleichen zu können (Aufgabe 3).

Aufgabe 1: Molmasse von Sauerstoff

$$\text{rel. Fehler} = \frac{\text{Fehler}}{\text{Wert}}$$

Im Universum existieren drei bekannte stabile Isotope von Sauerstoff. Die Isotope ^{16}O und ^{17}O (mit den Massen $m(^{16}\text{O}) = 15.994\,914\,619\,57(17)\text{ u}$ und $m(^{17}\text{O}) = 16.999\,131\,756\,50(69)\text{ u}$) kommen mit natürlichen Häufigkeiten von $h(^{16}\text{O}) = 99.757(16)\%$ und $h(^{17}\text{O}) = 0.038(1)\%$ vor. Aus einer Messung der atomaren Masse natürlich vorkommenden Sauerstoffs wird ein Wert von $15.9994(4)\text{ u}$ ermittelt.

Geben Sie den **relativen Fehler von $m(^{17}\text{O})$ und $h(^{17}\text{O})$** an. Bestimmen Sie die natürliche Häufigkeit und die atomare Masse des dritten stabilen Isotops von Sauerstoff (ohne Unsicherheit). Um welches Isotop handelt es sich?

Bemerkung: Eine Möglichkeit, Unsicherheiten in physikalischen Grössen darzustellen, besteht in der Angabe der Standardabweichung der Grösse. Diese wird üblicherweise in runden Klammern unmittelbar hinter dem Zahlenwert (und noch vor der Masseinheit) angegeben, also $a(b)$. Dabei bezieht sich b auf die letzten Stellen von a vor der Klammer. So liest man z.B. $m(^{16}\text{O}) = 15.994\,914\,619\,57(17)\text{ u}$ als $m(^{16}\text{O}) = 15.994\,914\,619\,57\text{ u}$ mit einer Standardabweichung von $0.000\,000\,000\,17\text{ u}$.

Aufgabe 2: Mathematische Grundlagen: Vektorrechnung

a) Berechnen Sie die folgenden Ausdrücke:

$$\vec{a} \cdot \vec{b}; \quad \vec{a} \times \vec{b}; \quad \vec{b} \times \vec{a}; \quad \text{siehe Lin. Alg. Zsmf.}$$

mit

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}; \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}.$$

Schwefelwasserstoff (H_2S) ist ein Molekül, das unter anderem auf Kometen im Weltall als Schwefelspezies vorkommen kann¹. Die kartesischen Koordinaten der Atome in einem Schwefelwasserstoffmolekül seien wie folgt gegeben (Koordinaten in bohr, 1 bohr = 0.529 Å):

$$\vec{r}_{\text{S}} = \begin{pmatrix} -0.299 \\ -0.0360 \\ -0.126 \end{pmatrix} \text{ bohr}; \quad \vec{r}_{\text{H}_1} = \begin{pmatrix} 0.791 \\ -0.713 \\ 2.084 \end{pmatrix} \text{ bohr}; \quad \vec{r}_{\text{H}_2} = \begin{pmatrix} 1.865 \\ 1.034 \\ -0.963 \end{pmatrix} \text{ bohr}.$$

- b) Berechnen Sie die beiden Bindungslängen S–H₁ und S–H₂ in Ångström. *Betrag von Vektoren*
- c) Berechnen Sie den Bindungswinkel H₁–S–H₂. *$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\varphi)$ Winkel zwischen $\vec{a}$ und $\vec{b}$*

Hinweis: Der Winkel zwischen zwei Vektoren kann mit der folgenden Formel bestimmt werden.

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos(\varphi)$$

- d) Bringen Sie den Massenschwerpunkt des Moleküls in den Ursprung des Koordinatensystems, indem Sie den Vektor

$$\vec{r}_{\text{Schwerpunkt}} = \begin{pmatrix} -0.203 \\ -0.0240 \\ -0.085 \end{pmatrix} \text{ bohr}$$

jeder Ortsvektor wird um $\vec{r}_{\text{Schw.}}$ verschoben

von den ursprünglichen Koordinaten abziehen. Wie lauten die neuen Koordinaten?

Aufgabe 3: Drehimpuls und Kräfte

In einem vereinfachten Planetensystem betrachten wir die Bewegung des Mars um die Sonne. Nehmen Sie an, Mars und Sonne seien Punktteilchen der Massen² $m_{\text{Mars}} = 6.417 \cdot 10^{23} \text{ kg}$, bzw. $m_{\text{Sonne}} = 1.989 \cdot 10^{30} \text{ kg}$, wobei sich der Mars auf einer Kreisbahn um die Sonne bewege und Effekte anderer Planeten (und Monde) vernachlässigt werden. Die Gravitationskonstante ist $G = 6.67430 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$. *Mach eine Skizze und schreibe Kräfte auf*

- a) Wie gross ist der Abstand zwischen Mars und Sonne, wenn der Mars für einen kompletten Umlauf 687 Tage benötigt? *$\vec{F}_{\text{G}} = \vec{F}_{\text{ZP}}$*

Hinweis: Finden Sie einen Ausdruck für die Gravitations- sowie für die Zentripetalkraft und setzen Sie diese gleich. Mittels Umlaufzeit können Sie einen Ausdruck für die Geschwindigkeit v herleiten, welcher vom Radius r abhängt.

- b) Berechnen Sie den Drehimpuls des Mars bzgl. der Sonne. Was ist die SI-Einheit des Drehimpulses? *$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$*

¹Despois, D. (1997). Earth, Moon, and Planets, 79 (1/3), 103–124.

²<http://solarsystem.nasa.gov/planets/>