

Übung 2

Ausgabe: 24.09.2025 (im Internet)

Abgabe: 30.09.2025 (via E-Mail an Ihren Assistenten)

Ziel dieser Übung ist, dass Sie

- das der Massenspektrometrie zugrunde liegende Prinzip kennenlernen, was auf der Wechselwirkung eines geladenen Teilchens mit elektrischen und magnetischen Feldern beruht (Aufgabe 1),
- verstehen, wie verschiedene Kräfte im Öltröpfchenexperiment wirken und wie diese genutzt wurden, um die Elementarladung zu bestimmen (Aufgabe 2).

Aufgabe 1: Kinematik geladener Teilchen

Im Folgenden wird ein zweistufiger Aufbau behandelt. Zunächst wird ein **einfach geladenes Chloridion in einem Plattenkondensator** beschleunigt. Nach Verlassen des Kondensators wirkt auf dieses Anion ein magnetisches Feld. Durch dieses magnetische Feld wird die Flugbahn des Anions so verändert, sodass dieses auf einem Detektor registriert werden kann. Der Versuchsaufbau ist in Abbildung 1-1 skizziert.

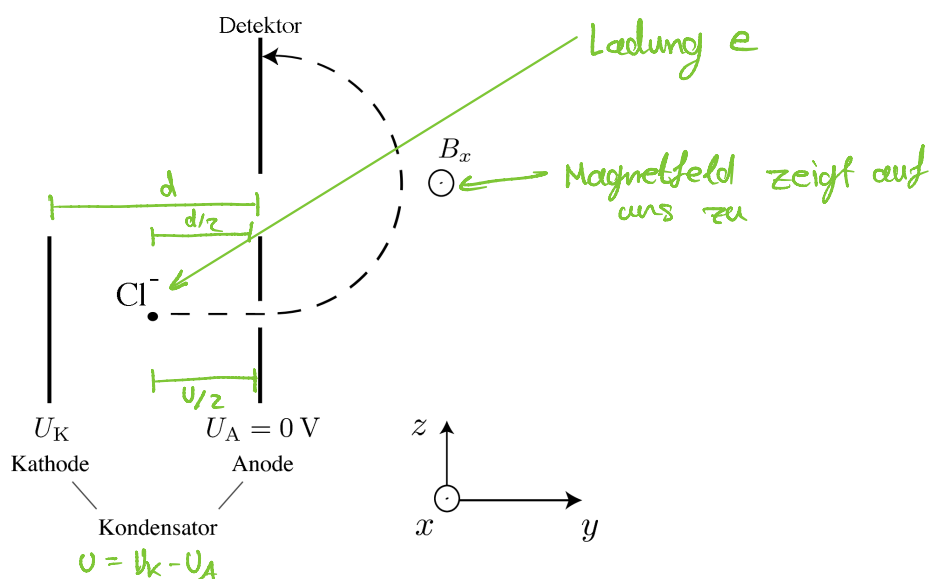


Abbildung 1-1: Schematische Übersicht des Versuchsaufbaus.

- a) Zu Anfang befindet sich das Chloridion in Ruhe in der Kondensatormitte. In der Anode befindet sich ein kleines Loch, durch welches das beschleunigte Ion den Kondensator verlässt. Welche Spannung U_K muss an der Kathode angelegt werden, damit das Anion beim Verlassen des Kondensators eine kinetische Energie von 90.00 eV aufweist? Was ist der Wert dieser Energie in der entsprechenden SI-Einheit? Beachten Sie, dass an der Anode keine Spannung anliegt. **Energieerhaltung $E_{\text{mech}} = E_{\text{el}} + E_{\text{kin}}$**
- b) Nach Verlassen des Kondensators wirkt auf das Anion ein homogenes Magnetfeld $\vec{B} = (B_x, 0, 0)$, welches das Anion auf eine Kreisbahn bringt. Geben Sie einen analytischen Ausdruck für die Kraft (Lorentzkraft), die auf das Anion wirkt, an. **$\vec{B} \perp \vec{v} \Rightarrow \vec{f}_L = q\vec{v}\vec{B}$**

- c) Leiten Sie mit Hilfe der Lorentzkraft und der Zentripetalkraft einen Ausdruck für den Radius der Kreisbahn als Funktion der Kathodenspannung U_K und der Magnetfeldstärke B_x her. $\vec{F}_L = \vec{F}_{zp}$
- d) Chlorid-Ionen treten in zwei Isotopen auf: $^{35}\text{Cl}^-$ (34.969 u) und $^{37}\text{Cl}^-$ (36.966 u). Wie muss B_x bei einer Kathodenspannung von $U_K = -120 \text{ V}$ gewählt werden, damit die Isotope auf einem Detektor (Anordnung: siehe Abbildung 1-1) mit einem Abstand von $\Delta z = 2 \text{ mm}$ auf dem Detektor auftreffen? Wie gross ist dabei der Radius der Kreisbahnen? *Unterschied beider Kreisradien*
- e) Wofür kann diese Apparatur demnach verwendet werden? Was für Probleme könnten auftauchen, die in den obigen Rechnungen vernachlässigt wurden? *Was macht Prof. Zerebi?*

Aufgabe 2: Auswertung von Millikans Öltröpfchenversuch

R. A. Millikan wurde 1923 für die präzise Bestimmung der Elementarladung mit Hilfe des berühmten Öltröpfchenexperimentes – durchgeführt in den Jahren um 1910 – mit dem Nobelpreis für Physik ausgezeichnet. Das Ziel dieser Aufgabe ist es, das Öltröpfchenexperiment zu verstehen und Originaldaten^{1,2} Millikans auszuwerten.

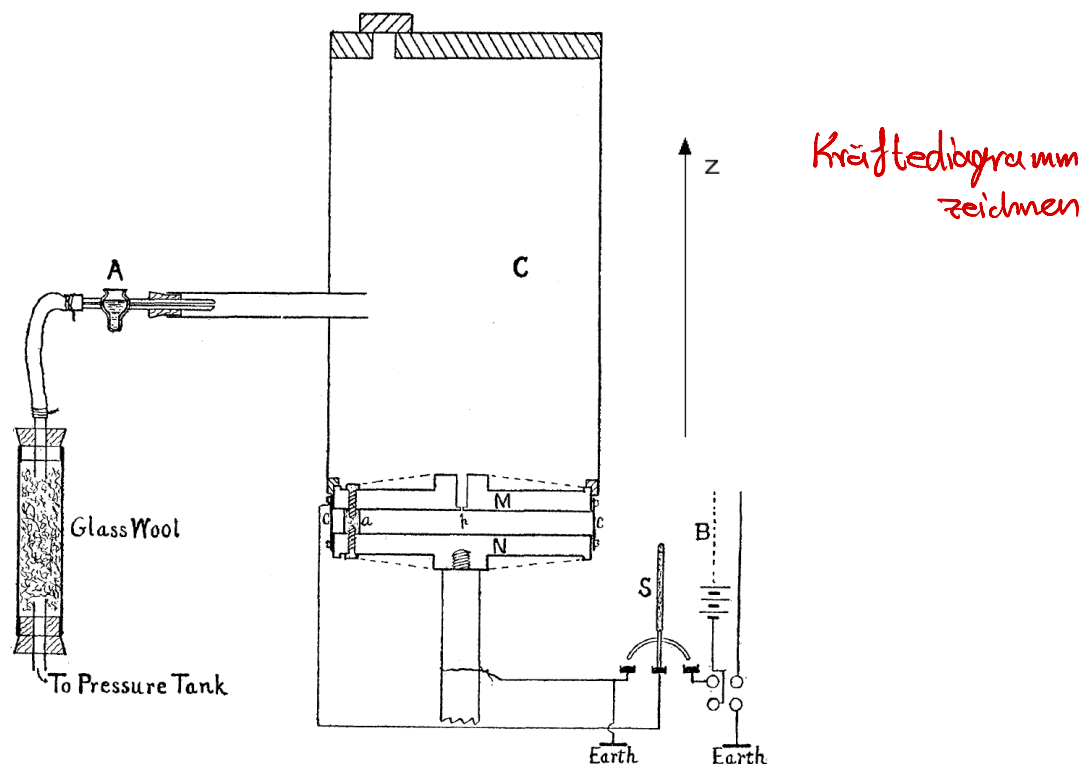


Abbildung 2-1: Schematische Darstellung des experimentellen Aufbaus aus Ref. 2.

Die Öltröpfchen werden mit der Zerstäuberdüse A erzeugt und gelangen in eine staubfreie, luftgefüllte Kammer C. Während der Zerstäubung können sich die Tröpfchen negativ aufladen. Durch ein kleines Loch gelangen ein oder mehrere elektrisch geladene Tröpfchen zwischen zwei planparallele Elektroden M und N (Abstand $d = 1.60 \text{ cm}$). Daraufhin wird das Loch geschlossen, sodass keine weiteren Tröpfchen das nachfolgende Experiment stören können. Es wird nun die Geschwindigkeit v_1 gemessen, mit welcher die Öltröpfchen im Gravitationsfeld der Erde nach

¹R. A. Millikan, *The Isolation of an Ion, a Precision Measurement of its Charge, and the Correction of Stokes's Law*, Phys. Rev. (Series I) 32, 349-397 (1911).

²R. A. Millikan, *XXII. A new modification of the cloud method of determining the elementary electrical charge and the most probable value of that charge.*, Phil. Mag. S. 6. Vol. 19. No 110 (1910), S. 220.

unten fallen. Da sich ein Gleichgewicht (I) zwischen der Gravitationskraft F_g , der Auftriebskraft F_a und der Reibungskraft F_r einstellt, ist v_1 konstant. Daraufhin wird über die Elektroden M und N ein homogenes elektrisches Feld so angelegt, dass die Öltröpfchen nach oben hin beschleunigt werden. Es stellt sich ein neues Kräftegleichgewicht (II) zwischen F_g , F_a , F_r und der elektrischen Kraft F_{el} ein. Die resultierende konstante Steiggeschwindigkeit v_2 wird ebenfalls gemessen.

Hinweise:

- Kräfte und Geschwindigkeiten sind vektorielle Größen. Da Bewegungen in diesem Experiment aber nur in der z -Dimension stattfinden, kann man sich auf die z -Komponenten der entsprechenden Größen beschränken, deren Beträge im folgenden, ohne Angabe eines zusätzlichen Index, untersucht werden. Entscheidend sind aber auch in einer Dimension die Richtungen, d.h. die Vorzeichen dieser Größen, welche insbesondere beim Beschreiben der beiden Kräftegleichgewichte (I) und (II) beachtet werden müssen!
- Die Gravitationskraft ist gegeben mit

$$F_g = mg. \quad (2.1)$$

Dabei ist m die Masse und $g = 9.8067 \text{ m s}^{-2}$ die Erdbeschleunigung. Nehmen Sie zur Berechnung der Masse kugelförmige Tröpfchen mit Radius r an und verwenden Sie $\rho_{\text{Öl}} = 0.896 \text{ g/cm}^3$ für die Dichte des verwendeten Öls.

- Die Auftriebskraft, die die Tröpfchen in Luft erfahren, lässt sich mittels

$$F_a = V \rho_{\text{Luft}} g \quad (2.2)$$

berechnen. V entspricht dem von einem Tröpfchen verdrängten Volumen und ρ_{Luft} der Dichte von Luft.

- Das elektrische Feld E ist definiert als die negative Ableitung des Potentials U nach der Ortskoordinate z , so dass gilt: $E = -dU/dz$. Dies führt für die elektrische Feldkraft zu

$$F_{el} = qE = \frac{q(-U)}{d}, \quad (2.3)$$

wobei E die elektrische Feldstärke, U die Spannungsdifferenz zwischen den beiden Elektroden M und N, d deren Abstand und q die Gesamtladung der Öltröpfchen darstellen.

- Die Stokes'sche Reibungskraft

$$F_r = 6\pi\eta r v \quad (2.4)$$

ist proportional zum Viskositätskoeffizienten des umgebenden Mediums (in unserem Fall Luft mit $\eta = 18.36 \text{ } \mu\text{Pa}\cdot\text{s}$), zum Radius r und zur Geschwindigkeit v des Tröpfchens und ist stets der Geschwindigkeit entgegengerichtet.

- Treffen Sie bei der Berechnung der Endergebnisse mittels Gl. (2.6) die Näherung $(\rho_{\text{Öl}} - \rho_{\text{Luft}}) \approx \rho_{\text{Öl}}$.
- Rechnen Sie in SI-Einheiten!

a) Fertigen Sie eine Skizze an, aus der ersichtlich ist, in welche Richtungen die angegebenen Kräfte auf ein Öltröpfchen in Millikans Aufbau wirken. Betrachten Sie die beschriebenen Gleichgewichte I & II separat.

b) Leiten Sie die Gleichung

$$r = \sqrt{\frac{9\eta v_1}{2g(\rho_{\text{Öl}} - \rho_{\text{Luft}})}} \quad (2.5)$$

aus dem Kräftegleichgewicht (I) her. Leiten Sie des Weiteren folgenden Ausdruck her:

$$q = -\frac{18}{\sqrt{2}}\pi\eta^{\frac{3}{2}}\frac{d}{U}\left(\frac{1}{g(\rho_{\text{Öl}} - \rho_{\text{Luft}})}\right)^{\frac{1}{2}}(v_2 + v_1)v_1^{\frac{1}{2}}. \quad (2.6)$$

Eine Möglichkeit hierfür: Sie setzen den Ausdruck für r in die das Kräftegleichgewicht (II) beschreibende Formel ein. Die erhaltene Formel dient ausgehend von bekannten Parametern und den zwei Messgrößen v_1 und v_2 zur Bestimmung der Ladung q der Öltröpfchen.

c) In der Praxis wurden die Geschwindigkeiten nicht direkt, sondern mittels der Flugzeiten t_1 und t_2 über eine Distanz $s = 1.01\text{ cm}$ bestimmt. In Tab. 2.1 ist eine kleine Auswahl von Flugzeiten aus Millikans Originalmessung wiedergegeben. Die sechs Messpunkte stammen von Öltröpfchen mit sukzessiv ansteigender Ladungszahl (Vielfachen der Elementarladung e). Bestimmen Sie aus den Flugzeiten und den angelegten Spannungen die Radien und die Ladungen der Öltröpfchen und leiten Sie daraus einen Wert für die Elementarladung e ab.

Messung i	$t_{1,i} / \text{s}$	$t_{2,i} / \text{s}$	U_i / V
1	23.4	72.4	7800
2	23.0	39.2	7800
3	22.8	29	7950
4	22.7	21.5	7950
5	22.4	17.4	7920
6	22.8	14.3	7920

lineare
Regression

Tabelle 2.1: Auswahl von Millikans Flugzeitmesswerten bei verschiedenen Potentialdifferenzen U aus Ref. 2 .