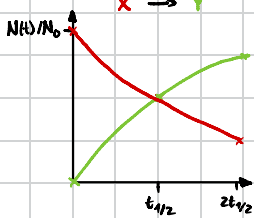


ÜS 5 - Radioaktivität II

Skizzieren von Zerfällen

In der Klausur ist häufig gefordert, dass man Zerfallsprozesse grafisch auftragen soll. Das bedeutet man soll die Teilchenzahl $N_X(t)$ gegen die Zeit auftragen. Die entspricht für einen einfachen Zerfall einer exponentiellen Abnahme.

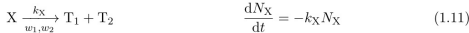


$$\frac{dN_X}{dt} = -\frac{dN_Y}{dt} = -kN_X$$

$$N_X(t) = N_0 e^{-kt}$$

In der Klausur betrachtet man dabei eigentlich nie einfache Zerfälle, sondern immer Folge- bzw. Parallelreaktionen. Es wird erwartet, sinnvolle Vereinfachungen zu treffen.

Parallelreaktionen: Sofern ein Mutternuklid auf mehrere Arten zerfallen kann, sind mehrere Parallelreaktionen zu den Tochternukliden T_i mit ihrer jeweiligen Wahrscheinlichkeit w_i möglich. Die Abnahme der Teilchenzahl des Mutternuklids X ist weiterhin beschreibbar mit:



Für die Änderung der Teilchenzahl der Tochternuklide muss die Wahrscheinlichkeit des Zerfalls mit einbezogen werden:

$$\frac{dN_{T_1}}{dt} = -w_1 \frac{dN_X}{dt} = w_1 k_X N_X \quad N_{T_1}(t) = w_1 N_X(t_0) (1 - e^{-k_X t}) \quad (1.12)$$

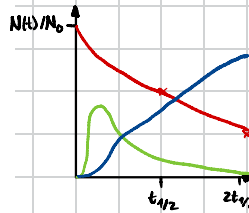
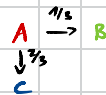
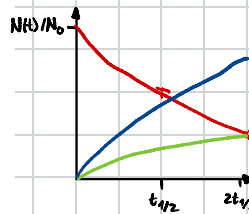
Das Teilchenzahlverhältnis der Tochternuklide ist stets gleich und entspricht der Wahrscheinlichkeit des jeweiligen Zerfalls

Folgereaktionen: Sofern ein Tochternuklid nicht stabil ist und weiter zerfällt, handelt es sich um eine Folgereaktion, für die sich für jede Teilchenspezies eine DGL aufstellen, was in ein DGL-System endet.

$$T_1 \xrightarrow{k_1} T_2 \xrightarrow{k_2} T_3 \quad \begin{cases} \frac{dN_{T_1}}{dt} = -k_1 N_{T_1} \\ \frac{dN_{T_2}}{dt} = k_1 N_{T_1} - k_2 N_{T_2} \\ \frac{dN_{T_3}}{dt} = k_2 N_{T_2} \end{cases} \quad (1.13)$$

Folgeprozesse analytisch zu lösen, ist sehr zeitintensiv, weswegen bei hinreichend kleiner Halbwertszeit eines Schritts entsprechende Vereinfachungen getroffen werden dürfen:

$$T_1 \xrightarrow[t_{1/2}=4\text{h}]{k_1} T_2 \xrightarrow[t_{1/2}=0.3\text{ms}]{k_2} T_3 \quad \frac{dN_{T_2}}{dt} \approx k_1 N_{T_1} \quad (1.14)$$



- Volle Punktzahl für graphische Auftragung von $N_X(t)$ und $N_Y(t)$
1. Korrekte Achsenbeschriftung (x mit t/a und y mit $\frac{N_X(t)}{N_X(0)}$)
 2. Die Summe der Kurve muss ca. 1 ergeben
 3. Versuchslösung: Zerfälle bewegen sich nahe null
 4. Korrekte Zerfallskurven mit Beschriftung ($t_{1/2}$ ca. $y = 0.5$)

Aufgabe 1: Radioaktiver Zerfall (24 Punkte)

In Abbildung 1-1 ist der für diese Aufgabe relevante Teil der Curiumzerfallskette gezeigt.



Abbildung 1-1: Letzter Teil der Zerfallskette des Curium-Isotops ${}^{248}\text{Cm}$. Die Halbwertszeiten sind bei den Isotopen angegeben (d = Tage). Bei Parallelzerfällen sind auch die Zerfallswahrscheinlichkeiten gegeben.

- a) Die Isotopenmasse von ${}^{248}\text{Ra}$ beträgt 232.018507(22) u. Berechnen Sie den relativen Fehler dieser Isotopenmasse in Prozent. **1.5 P**
 - b) Berechnen Sie die Energie in Joule, die bei der Bildung eines (neutralen) Atoms ${}^{248}\text{Ra}$ aus Protonen, Neutronen und Elektronen frei wird. **2 P**
 - c) Geben Sie die vollständige Zerfallsgleichung von ${}^{248}\text{Po}$ zu ${}^{236}\text{At}$ und die Zerfallsart an. **2 P**
 - d) Geben Sie die vollständige Zerfallsgleichung von ${}^{248}\text{Po}$ zu ${}^{232}\text{Pb}$ und die Zerfallsart an. **2 P**
 - e) Geben Sie die vollständigen Zerfallsgleichungen für die zeitliche Entwicklung der Stoffmengen von ${}^{248}\text{Ra}$ und ${}^{232}\text{Pb}$ an. Berechnen Sie den numerischen Wert einer der auftretenden Zerfallskonstanten in s^{-1} . **5.5 P**
- Hinweis:* Es ist nicht nach den Lösungen der Differentialgleichungen gefragt.
- f) Nehmen Sie an, Sie haben zum Zeitpunkt $t = 0$ eine reine Probe ${}^{248}\text{Ra}$. Berechnen Sie den Anteil von ${}^{248}\text{Ra}$ in der Probe nach 20 Tagen in Prozent. **2 P**
 - g) Nehmen Sie an, Sie haben zum Zeitpunkt $t = 0$ eine reine Probe ${}^{248}\text{Ra}$. Skizzieren Sie den zeitlichen Verlauf der relativen Stoffmengen aller in Abbildung 1-1 gezeigten Isotope für den Zeitraum von $t = 0$ bis $t = 21$ Tagen. Hierbei bedeutet "relevant", dass die relative Stoffmenge eines Isotops grafisch sichtbar von null verschieden sein muss. **4 P**
 - h) Nehmen Sie an, Sie haben zum Zeitpunkt $t = 0$ eine reine Probe ${}^{248}\text{Ra}$. Skizzieren Sie den zeitlichen Verlauf der relativen Stoffmengen aller in Abbildung 1-1 gezeigten Isotope für den Zeitraum von $t = 0$ bis $t = 10$ Minuten. Hierbei bedeutet "relevant", dass die relative Stoffmenge eines Isotops grafisch sichtbar von null verschieden sein muss. **5 P**
- Hinweis:* Achten Sie auf die korrekte Beschriftung Ihrer Skizze.
- Hinweis:* Achten Sie auf die korrekte Beschriftung Ihrer Skizze.

Aufgabe 1: Radioaktiver Zerfall

- a) $0.00010022 \pm 0.00000007 = 9.9 \times 10^{-8} = 9.9 \times 10^{-7} \%$
Bewertung: 1P Formel, 0.5P Ergebnis
- b) $\Delta m = m({}^{248}\text{Ra}) - (88m_\alpha + (223 - 88)m_n + 88m_p) = 1.83896705 \text{ u} = 3.05517111 \times 10^{-27} \text{ kg}$
 $\Delta E = c^2 \Delta m = 2.74585986 \times 10^{-10} \text{ J}$
Bewertung: 1P Formel, 1P Ergebnis (Umrechnung)
- c) ${}^{248}\text{Po} \rightarrow {}^{236}\text{At} + {}^4\text{He}$ β^- -Zerfall
Bewertung: 1.5P Gleichung, 0.5P Name
- d) ${}^{248}\text{Po} \rightarrow {}^{232}\text{Pb} + {}^4\text{He}$ α -Zerfall
Bewertung: 1.5P Gleichung, 0.5P Name
- e) Radon:
 $\frac{dN({}^{248}\text{Ra})}{dt} = k_1 N({}^{248}\text{Ra}) - k_2 N({}^{248}\text{Ra})$
 $k_1 = \frac{\ln(2)}{11.42 \text{ d}} = 7.019 \times 10^{-7} \text{ s}^{-1}$
 $k_2 = \frac{\ln(2)}{128.4 \text{ d}} = 1.75 \times 10^{-7} \text{ s}^{-1}$

Bismuth:

$$\begin{aligned} \frac{dN({}^{212}\text{Bi})}{dt} &= k_3 N({}^{212}\text{At}) + k_4 N({}^{212}\text{Pb}) - k_5 N({}^{212}\text{Bi}) \\ k_3 &= \frac{\ln(2)}{0.00010 \text{ s}} = 6.9 \times 10^9 \text{ s}^{-1} \\ k_4 &= \frac{\ln(2)}{36.1 \text{ min}} = 3.200 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1} \\ k_5 &= \frac{\ln(2)}{128.4 \text{ d}} = 5.3983 \times 10^{-7} \text{ s}^{-1} \end{aligned}$$

Bewertung: 2P pro Zerfallsgleichung, 1P Gleichung k, 0.5P für einen der Werte

f)

$$\frac{N(t)}{N(0)} = e^{-k_1 t} = 0.927 = 92.7\% \quad (1.1)$$

Bewertung: 1P Formel, 1P Ergebnis (Genauigkeit)

g) Siehe Abb. 1-1 links.

Bewertung: 1P Beschriftung, 1P pro Kurve, 1P für Summe ≈ 1

h) Siehe Abb. 1-1 rechts.

Bewertung: 1P Beschriftung, 1P pro Kurve, 1P für Summe ≈ 1

