

# ÜS 8 - Elektromagnetische Wellen

Licht ist elektromagnetische Strahlung, welche eine sich im Raum ausbreitende Schwingung des elektromagnetischen Feldes ist. Dabei oszillieren das magnetische Feld  $\vec{B}$  und das elektrische Feld  $\vec{E}$  senkrecht sowohl zueinander, wie auch zur Ausbreitungsrichtung. Die allgemeine Wellengleichung im Vakuum lautet:

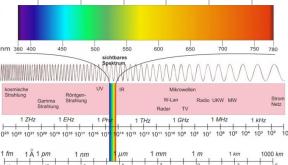
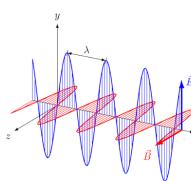
$$\left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \vec{E}(x, y, z, t) = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{E}(x, y, z, t)$$

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \vec{B}(x, y, z, t) = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{B}(x, y, z, t)$$

Allg. Wellengleichung:  $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$

Monochromatisches Licht ist dabei Licht, das nur aus einer Wellenlänge besteht, für welches sich die Wellengleichung für  $z$  als Ausbreitungsrichtung leicht lösen lässt mit folgenden Lösungsfomeln

$$\vec{E} = E_0 \cos(\omega t - kz) \quad \vec{B} = B_0 \cos(\omega t - kz)$$



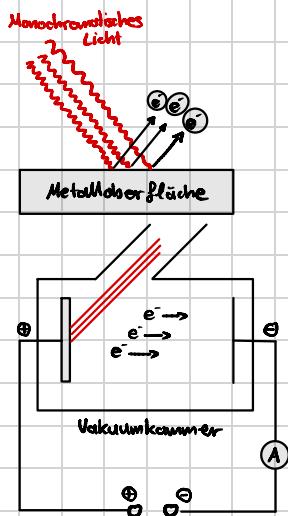
Diese Beschreibung des Lichts folgt aus der klassischen Elektrodynamik (Maxwell-Gleichungen) und postuliert Wellencharakter für Licht, welcher auch mit Interferenzexperimenten gezeigt wurde (Doppelspalt).

## Photoelektrischer Effekt

Beim Photoeffekt wird eine Metallocberfläche mit monochromatischem Licht bestrahlt, wodurch die Elektronen teilweise herausgelöst werden können. Dafür müssen die Elektronen eine materialspezifische Austrittsarbeit  $E_{AUS}$  überwinden.

### Aufbau:

- Metallocberfläche ist eine Elektrode die mit monochromatischem Licht bestrahlt wird ( $e^-$  lösen sich aus)
- Ausgelöste Elektronen fliegen zur Kollektorelektrode und sind so als Strom messbar.  
↳ Menge an Photoelektronen  $\propto$  Stromstärke
- Man möchte die kinetische Energie der Photoelektronen



messen, indem man ein Gegenfeld anlegt, wodurch die Elektronen abgebremst werden.  
 ↳ Wenn kein Photostrom mehr fließt entspricht die angelegte Spannung der kin. Energie der  $e^-$ .

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m_e v^2 = e U_{\text{Brem}}$$



- Spannung  $U$ :  $E_{\text{kin}}$  der Photoelektronen
- Strömstärke  $I$ : Menge an Photoelektronen

Für monochromatische Wellen würde man jetzt erwarten, dass die kinetische Energie und die Menge an Photoelektronen linear von der Intensität und Frequenz abhängt, da nur von Relevanz sein sollte, wie viel Energie pro Zeit vom Licht übertragen wird.

### Beobachtung:

- Der Photostrom  $I$  (Menge an Elektronen) ist proportional zur Intensität des Lichts, aber unabhängig von der Frequenz des Lichts. ①
- Die Bremsspannung  $U$  ( $E_{\text{kin}}$  der Photoelektronen) ist proportional zur Frequenz des Lichts, aber unabhängig von seiner Intensität des Lichts. ②
- Das Licht kann unabhängig von dessen Intensität erst ab einer bestimmten Frequenz Elektronen aus der Platte lösen. ③

Nach dem Wellenmodell des Lichts ist dies nicht erklärblich, da mit zunehmender Intensität auch mehr Elektronen herausgelöst würden. Dafür wurde eine Quantisierung des Lichts postuliert, wobei Lichtteilchen, die Photonen, die Energie  $h\nu$  besitzen. Sofern diese Energie grösser ist, als die Bindungsenergie der Elektronen im Metall, so können Elektronen herausgelöst werden. Nach Energieerhaltung ergibt sich für die Energie des Photons die Austrittsarbeit  $E_A$  und der max. kin. Energie der Elektronen  $E_{\text{kin}}^{\text{max}}$ .

$$E_{\text{ph}} = h\nu = E_A + E_{\text{kin}} \quad E_{\text{kin}}^{\text{max}} = \frac{1}{2} m_e v^2 = h\nu - E_A$$

- Die Menge an Elektronen ist nur abhängig von der Menge an Photonen, aber nicht von der Energie eines Photons.
- Die Energie der Elektronen ist nur abhängig von der Energie des Photons, aber nicht von der Menge an Photonen.
- Die Energie der Photonen ist nicht kumulierbar.

## De-Broglie - Wellen

Die Beschreibbarkeit des Lichts sowohl durch Wellen, wie auch durch Teilchen wird **Welle - Teilchen - Dualismus** genannt. Trotz dessen, dass Photonen masse- und ladungsfrei sind, haben sie einen Impuls  $\vec{p}$  und einen Spin  $s=1$ .

$$E_{\text{ph}} = h\nu = \frac{hc}{\lambda} = h\tilde{\nu} \quad |\vec{p}| = \frac{h}{\lambda} = k\hbar$$

De-Broglie postulierte den Welle-Teilchen-Dualismus auch für Materie, sodass jedes Materienteilchen auch Wellencharakter zeigen würde. Die De-Broglie Wellenlänge ist dabei analog zum Licht definiert.

$$\lambda_B = \frac{h}{|\vec{p}|} = \frac{h}{m(\tilde{\nu})} = \frac{h}{\sqrt{2m_e E_{\text{kin}}}} \quad E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m_e \tilde{v}^2 = \frac{\vec{p}^2}{2m_e} \quad \tilde{\psi}(z, t) = \tilde{\psi}_0 e^{i(kz - \omega t)}$$

## Herleitung (kurz):

$$p = mv = mc \quad E = mc^2 = pc \quad E = h\nu = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow pc = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow p = \frac{h}{\lambda} = mv \quad \lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$$

## Operatorenalgolab:

Operatoren sind mathematische Anweisungen, die wir auf Funktionen anwenden.

Beispielsweise: "Multipliziere mit 5", "Addiere mit 2", "Leite einmal ab" etc.

Wenn Operatoren Funktionen nur skalieren ist  $\psi$  eine Eigenfunktion des Operators und der reelle Skalierungsfaktor  $\lambda \in \mathbb{R}$  ist der Eigenwert

$$\text{Eigenwertgleichung: } \hat{O} f(x) = \lambda f(x)$$

↑  
Operator      Eigenfunktion      Eigenwert  $\lambda \in \mathbb{R}$

$$\hat{O} = \frac{d}{dx} \quad f(x) = x^2 \quad \hat{O} f = \frac{d}{dx}[x^2] = 2x \quad \text{kein Eigenfunktion}$$
$$g(x) = e^{2x} \quad \hat{O} g = \frac{d}{dx}[e^{2x}] = 2e^x \quad \text{Eigenfunktion mit } \lambda = 2 \in \mathbb{R}$$