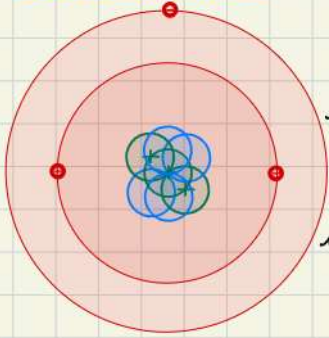


PCO-Reifungsboot

by Connor, Paul und Niko

30.11.24

Schalenmodell:



Elementarteilchen	Ladung	Masse / kg	Spin S
im Kern: Neutronen	0	$1.672622 \cdot 10^{-27}$	$\frac{1}{2}$
Protonen	+e	$1.674927 \cdot 10^{-27}$	$\frac{1}{2}$
im Hülle: Elektronen	-e	$9.109384 \cdot 10^{-31}$	$\frac{1}{2}$

(exakte Massen kennt der TR)

* Protonen $\rightarrow$ Ordnungszahl Z des Elements $\rightarrow$ PSE

Ladung $q =$ * Protonen - * Elektronen

$m_n \approx m_p \gg m_e \rightarrow m_{\text{Atom}} \approx$ * Protonen $\cdot m_p$ + * Neutronen $\cdot m_n$ (+ * Elektronen $\cdot m_e$)
 $m_{\text{Atom}} \approx$ (* Protonen + * Neutronen) $\cdot m_n$ (da $m_p \approx m_n$)
 = Massenzahl A

Isotope = Atome mit gleicher * Protonen, aber verschiedener * Neutronen (verschiedener Masse) $\rightarrow$ Nuklidkarte

Übung:

Berechne die exakte Masse eines ^{223}Ra -Atom.

(W22)

$Z = 88$ (siehe PSE) = * Protonen

$q = 0 =$ * Protonen - * Elektronen $\Rightarrow$ * Elektronen = $Z = 88$

* Neutronen = $A - Z = 223 - 88 = 135$

$m_{\text{Ra}} =$ * Protonen $\cdot m_p$ + * Neutronen $\cdot m_n$ (+ * Elektronen $\cdot m_e$)

$m_{\text{Ra}} = 88 \cdot m_p + 135 \cdot m_n + 88 \cdot m_e$

theoretisch: $m_{\text{Ra}} = 3.73386071 \cdot 10^{-25} \text{ kg} = 224.8583677 \text{ u}$

$u = 1.6605389 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = \text{atomare Masseneinheit (amu)}$

aber gemessen: $m_{\text{Ra}} = 3.70330911 \cdot 10^{-25} \text{ kg} = 223.0185007 \text{ u}$

$\rightarrow ^{223}\text{Ra}$ ist $\Delta m = 3.05517111 \cdot 10^{-29} \text{ kg} = 1.83986705 \text{ u}$

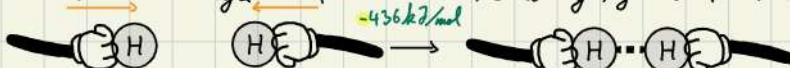
kleiner als die Summe seiner Elementarteilchen $\rightarrow$ Wieso?

Relativistischer Massendefekt:

Um eine Bindung zwischen Teilchen zu brechen, muss Energie aufgebracht werden = Bindungsenergie



$\rightarrow$ Die selbe Energie muss frei werden, wenn Bindungen gebildet werden (Energieerhaltung)



Laut Einsteins sind Energie und Masse auf fundamentaler Ebene äquivalent

$E = m \cdot c^2 \rightarrow$ Wenn Teilchen Bindungen eingehen verlieren sie Energie und daher auch Masse

⇒ Wie viel Energie (in J) wird frei, wenn ein (neutral) Atom ^{223}Ra aus Protonen, Neutronen und Elektronen gebildet wird?

$$E = mc^2 \Rightarrow \Delta E = \Delta mc^2$$

$$\Delta E = 3,05517111 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot (299792458 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2 \quad \leftarrow \text{Tipp: Wenn ich alle Werte in Basiseinheiten (kg, m, s, K, ...) einsetzt, ist das Ergebnis auch immer in Basiseinheiten}$$

$$\Delta E = 2,74585086 \cdot 10^{-10} \text{ J}$$

(sieht erstmal wenig aus, aber $1 \text{ g } ^{223}\text{Ra} = 2,7 \cdot 10^{23} \text{ Atome}$)

Kernspin und Drehimpuls:



Den Spin kann man sich vorstellen wie der Eigendrehimpuls von Punktmassen (→ keine klassische Analogie)

In der Quantenmechanik wird der Spin durch zwei Zahlen beschrieben:

Spindrehimpulsquantenzahl s : $0, \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, 2, \dots$ charakteristisch für jedes Elementarteilchen

$s = \frac{1}{2}$ für Protonen, Neutronen und Elektronen (siehe oben)

beschreibt den Betrag $|\vec{S}|$ des Drehimpulses: $|\vec{S}| = \hbar \sqrt{s(s+1)}$ (für $s = \frac{1}{2}$: $|\vec{S}| = \hbar \sqrt{\frac{1}{2}(\frac{1}{2}+1)} = \frac{\sqrt{3}}{2} \hbar$)

$\hbar = \frac{h}{2\pi}$ = reduzierte Planckkonstante

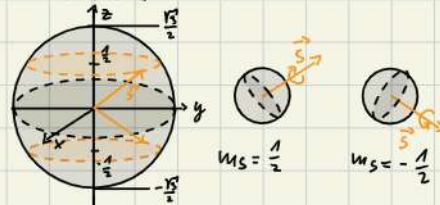
magnetische Spindrehimpulsquantenzahl m_s : $-s, -s+1, -s+2, \dots, 0, \dots, s-2, s-1, s$

→ für $s = \frac{1}{2}$: $m_s = \pm \frac{1}{2}$

beschreibt Orientierung / Ausrichtung des Spins im Raum

korrekt: Projektion von $\vec{S}$ auf die z-Achse

für PCO reicht: $m_s = \pm \frac{1}{2}$ „gibt Drehrichtung des Spins“ an



Auch Atomkerne haben einen Spin, beschrieben durch die Kernspinquantenzahl I und die magnetische Kernspindrehimpulsquantenzahl $m_I = -I, -I+1, \dots, I-1, I$ (analog zu oben)

→ I ist charakteristisch für jedes Isotop

I	mögliche Werte für m_I	Beispiele für stabile Atomkerne
0	0	$^4\text{He}, ^{12}\text{C}, ^{16}\text{O}, ^{18}\text{O}$
$1/2$	$-1/2, 1/2$	$^1\text{H}, ^{13}\text{C}, ^{15}\text{N}, ^{19}\text{F}, ^{31}\text{P}$
1	-1, 0, 1	$^6\text{Li}, ^{14}\text{N}, ^2\text{H}$
$3/2$	$-3/2, -1/2, 1/2, 3/2$	$^7\text{Li}, ^9\text{Be}, ^{11}\text{B}, ^{23}\text{Na}, ^{35}\text{Cl}, ^{37}\text{Cl}$
2	-2, -1, 0, 1, 2	

Wie kann man I für einen Atomkern abschätzen?

gerade * Protonen → gleich viele Protonen mit $m_s = +\frac{1}{2}$ wie Protonen mit $m_s = -\frac{1}{2}$ → Spins heben sich genau auf

ungerade * Protonen → Spins heben sich nicht genau auf → Spin ist $\hbar/2$

Analog für Neutronen

$\hbar/2$ = halbganzzahlig ($\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \dots$) → Fermionen
 $\hbar$ = ganzzahlig ($1, 2, 3, \dots$) → Bosonen

* Protonen	* Neutronen	I
gerade	gerade	0
ungerade	gerade	$\hbar/2$
gerade	ungerade	$\hbar/2$
ungerade	ungerade	$\hbar$

$\hbar/2 + \hbar/2 = \hbar$

Übung:

b) Schreiben sie die Anzahl Protonen und Anzahl Neutronen von ^{238}Pu , ^{235}U und ^{232}Th auf und geben Sie an ob der Kernspin I dieser Isotope ganzzahlig, halbganzzahlig oder null ist.

	* Z	* N	I
$^{238}_{94}\text{Pu}$	94	144	0
$^{235}_{92}\text{U}$	92	143	$\hbar/2$
$^{232}_{90}\text{Th}$	90	142	0

Empirische Regeln zur Abschätzung der Stabilität von Atomkernen:

- $Z=43, Z=62, >83$ instabil
- $\eta = \frac{A-Z}{Z} = \frac{\text{Neutronen}}{\text{Protonen}}$
 - leichte Atome: stabil bei $\eta \approx 1$
 - schwere Atome: instabil für $\eta < 1$
- oft gerade Anzahlen Protonen / Neutronen
- Magische Zahlen für Protonen u. Neutronen: 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126

Schlussbemerkung:

Für viele Aufgaben der Klausur wird der Stoff aus Physik I/II sowie Analysis A/B gebraucht

