

II) Radioaktivität

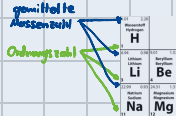
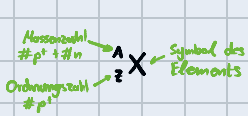
Radioaktivität ist eines der drei grossen Themen, die immer in der Klausur geprüft werden und es werden immer sehr ähnliche Aufgaben gestellt:

- Schnelle Berechnungen: Geschwindigkeitskonstanten, Halbwertszeiten
- Vollständige Zerfallsgleichungen aufschreiben
- DGL von Zerfällen aufstellen und einfache lösen
- Sinnvolle Vereinfachungen bei Ketten- und Folgereaktionen treffen und skizzieren
- Radiodatering

Tendenziell ist die Aufgabe die leichteste der Klausur, aber auch hier gilt: Die schnellen Aufgaben zuerst machen und die langen am Ende nach Zeit übrig ist.

Repetition: Elemente und Isotope

Die Anzahl der Protonen in einem Atom bestimmt das Element und wird Ordnungszahl genannt. Die Massenzahl A entspricht der Anzahl an Kernteilchen, also Protonen und Neutronen zusammen. Gerade bei den schwereren Elementen sind mehr Neutronen als Protonen.



Nuklide: Massenzahl und Ordnungszahl charakterisieren

Nuklide (${}^{12}_6\text{C}$, ${}^{208}_{82}\text{Pb}$, ${}^1_1\text{H}$, ${}^2_1\text{H}$, ${}^{238}_{92}\text{U}$)

Isotope: Nuklide mit gleicher Ordnungszahl (gleiches Element), aber unterschiedlicher Massenzahl

(unterschiedliche Neutronenzahl)

Wasserstoffisotope: ${}^1_1\text{H}$, ${}^2_1\text{H} = \text{D}$, ${}^3_1\text{H} = \text{T}$

${}^{16}_8\text{O}$, ${}^{17}_8\text{O}$, ${}^{18}_8\text{O}$ ${}^{12}_6\text{C}$, ${}^{13}_6\text{C}$ ${}^{238}_{92}\text{U}$, ${}^{235}_{92}\text{U}$

Ionen: Geladene Atome haben eine ungleiche Protonen- und Elektronenanzahl (Li^+ , N^{3-} , Cl^-)

	${}^1_1\text{H}$	${}^4_2\text{He}$	${}^6_3\text{Li}$	${}^9_4\text{Be}$	${}^{10}_5\text{B}$	${}^{12}_6\text{C}$	${}^2_1\text{H}$	${}^{13}_6\text{C}^+$	${}^{14}_7\text{N}^2$
#p ⁺	1	2	3	4	5	6	1	6	7
#n	0	2	3	4	5	6	1	7	7
#e ⁻	1	2	3	4	5	6	1	5	10

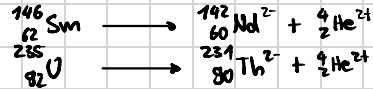
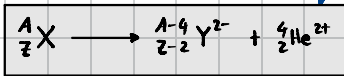
1	2	3	4	5	6	7	8	11	12	13	14	15	16	17	18			
1	H	Relativer Atommasse $\leftarrow 1,01$										He						
2	Li	Be	Wasserstoff-Isotope \rightarrow Deuterium, Tritium										B	C	N	O	F	Ne
3	Na	Mg	Übergangsmetalle \leftarrow										Al	Si	P	S	Cl	Ar
4	K	Ca	Sc	Ti	V	Cr	Mn	Fe	Co	Ni	Cu	Zn	Ga	Ge	As	Se	Br	Kr
5	Rb	Sr	Y	Zr	Nb	Mo	Tc	Ru	Rh	Pd	Ag	Cd	In	Sn	Sb	Te	I	Xe
6	Cs	Ba	La	Hf	Ta	W	Re	Os	Ir	Pt	Au	Hg	Tl	Pb	Bi	Po	At	Rn
7	Fr	Ra	Ac	Rf	Dg	Sg	Bh	Hs	Mt	Ds	Rg	Cn	Nh	Fl	Mc	Lv	Ts	Og
	La	Ce	Pr	Nd	Pm	Sm	Eu	Gd	Tb	Dy	Ho	Er	Tm	Yb	Lu			
	Ac	Th	Pa	U	Np	Pu	Am	Cm	Bk	Cf	Es	Fm	Md	No	Lr			

Radioaktiver Zerfall

Nicht alle Atome sind stabil, sondern neigen dazu in bestimmten Zerfallsreaktionen in andere Atome/Elemente zu zerfallen (Radioaktivität). Zerfälle können grundsätzlich energetisch stattfinden, wenn die Masse der Mutternuklide (Edukte) grösser, als diejenige der Tochternuklide (Massendefekt). Die häufigsten Zerfallsarten ist der α , β^- , β^+ , ϵ (Elektroneneinfang) - Zerfall und die γ -Strahlung.

α -Zerfall

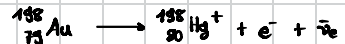
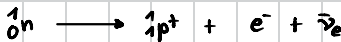
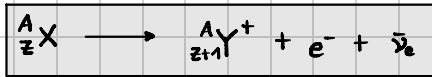
Beim α -Zerfall emittiert ein schweres Mutternuklid spontan einen Heliumatomkern ${}^4_2\text{He}^{2+}$ (auch α -Teilchen genannt), womit die Ordnungszahl des Tochternuklids um zwei erniedrigt wird.



Dieser Zerfall wird vorrangig bei schweren Isotopen ($A > 145$) beobachtet.

β^- -Zerfall

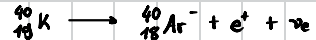
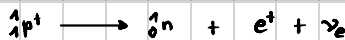
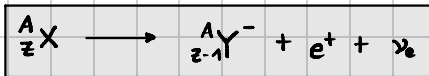
Beim β^- -Zerfall zerfällt ein Neutron n im Atomkern des Mutternuklids in ein Proton p^+ , ein Elektron e^- und ein Anti-Elektron-Neutrino $\bar{\nu}_e$, wobei das Elektron und das Neutrino emittiert werden.



Dieser Zerfall wird vorrangig bei Isotopen mit Neutronenüberschuss beobachtet.

β^+ -Zerfall

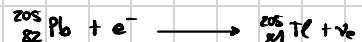
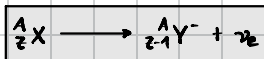
Beim β^+ -Zerfall zerfällt ein Proton p^+ im Atomkern des Mutternuklids in ein Neutron n , ein Positron e^+ und ein Elektron-Neutrino ν_e , wobei das Elektron und das Neutrino emittiert werden.



Dieser Zerfall wird vorrangig bei leichten Isotopen mit Protonenüberschuss beobachtet.

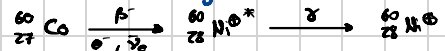
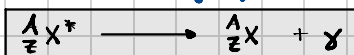
ϵ -Zerfall

Beim ϵ -Zerfall bildet ein Proton des Kerns zusammen mit einem Elektron aus einer der unteren Schalen des Atoms ein Neutron mit einem Elektron-Neutrino. Da das gleiche Tochternuklid wie beim β^+ -Zerfall entsteht, würden in der Klausur beide Antworten richtig gewertet werden.

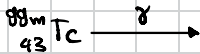
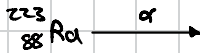


γ -Strahlung

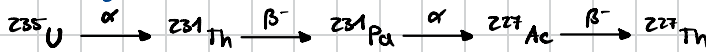
Nach fast allen radioaktiven Zerfällen liegen die Tochternuklide zumeist in einem angeregten Zustand vor, den sie unter Emission von γ -Strahlung wieder verlassen. Diese angeregten Zustände sind äusserst kurzlebig.



- ① Folgende Isotope werden in der nuklearmedizinischen Diagnostik und Therapie eingesetzt. Schreiben Sie für jedes die vollständige Zerfallsgleichung mit Ladungsausgleich aller beteiligten Teilchen auf.



- ② Die ersten vier Schritte der Actinium-Zerfallsreihe lauten wie folgt. Bestimmen Sie für jeden Schritt die Zerfallsart und schreiben Sie die vollständige Reaktionsgleichung mit Ladungsausgleich auf.



- ③ Identifizieren Sie für jedes der folgenden Mutter-Tochter-Paare die Zerfallsart (α , β^- , β^+ , EC oder γ) und schreiben Sie die vollständige Zerfallsgleichung mit Ladungsausgleich auf.

Mutter	Tochter	Zerfall
${}_{84}^{229}\text{Pu}$	${}_{82}^{235}\text{U}$	
${}_{1}^3\text{H}$	${}_{2}^3\text{He}$	
${}_{26}^{59}\text{Fe}$	${}_{27}^{59}\text{Co}$	
${}_{27}^{60m}\text{Co}$	${}_{27}^{60}\text{Co}$	
${}_{84}^{210}\text{Po}$	${}_{82}^{206}\text{Pb}$	
${}_{15}^{32}\text{P}$	${}_{16}^{32}\text{S}$	

Atomare Bausteine und Massendefekt

Die Masse eines Atoms ${}^A_Z\text{X}$ mit Ordnungszahl Z und Massenzahl A ist immer kleiner als die Summe der Massen seiner Bestandteile, da zur Bildung eines Atoms Energie frei wird. Dazu lässt sich die Bindungsenergie über Einsteins Formel $E=mc^2$ berechnen, welche gerade die Energie darstellt, welche frei wird, wenn ein Atom aus seinen Bestandteilen gebaut wird.

$$\Delta m_{\text{Ax}} = Z(m_p + m_e) + (A-Z)m_n - m_{\text{Ax}} \quad E = \Delta mc^2$$

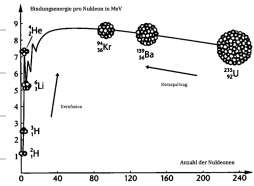
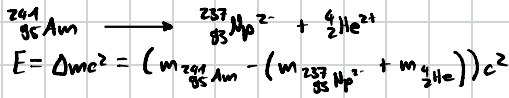
$$m_\alpha = 4.001506179129 \text{ u}$$

$$m_{\text{Pu}}^{240} = 240.0538155 \text{ u}$$

Bsp.: $\Delta m_{\frac{1}{2}\text{He}} = 2m_p + 2m_e + 2m_n - m_{\frac{1}{2}\text{He}} = 5.226 \times 10^{-29} \text{ kg} \Rightarrow E = mc^2 = 4.697 \times 10^{-12} \text{ J}$

Bsp. $\Delta m_{\frac{240}{94}\text{Pu}} = 94(m_p + m_e) + 146 m_n - m_{\frac{240}{94}\text{Pu}} = 3.23277 \times 10^{-27} \text{ kg} \Rightarrow E = mc^2 = 2.90547 \times 10^{-10} \text{ J}$

Damit kann auch die bei einer Kernreaktion freiwerdende Energie E berechnet werden, indem der Massendefekt zwischen Edukt- und Produktseite berechnet wird.



Für die Energie wird häufig die Einheit eV (Elektronenvolt) verwendet, welches ihr leicht umrechnen könnt.

$$1 \text{ e} = 1.602 \ 176 \ 634 \times 10^{-19} \text{ C} = 1.602 \ 176 \ 634 \times 10^{-19} \frac{\text{J}}{\text{eV}}$$

$$4.697 \times 10^{-12} \text{ J} = \frac{4.697 \times 10^{-12} \text{ J}}{1.602 \ 176 \ 634 \times 10^{-19} \frac{\text{J}}{\text{eV}}} = 2.932 \times 10^7 \text{ eV} = 29.32 \text{ MeV}$$

Das Elektronenvolt ist definiert als diejenige kinetische Energie, die ein Elektron hat, welches eine elektrische Spannung von 1V durchläuft.

④ Vervollständigen Sie die folgende Tabelle. Geben Sie für jedes Teilchen die Anzahl der Protonen, Neutronen und Elektronen, sowie die Vorhersage ob der Kernspin null, halb- oder ganzzahlig sein muss.

Spezies	Protonen Z	Neutronen N	Elektronen	Kernspin I
${}_{2}^4\text{He}^{2+}$	2	2	0	I = 0 (g, g)
${}_{8}^{16}\text{O}^{2-}$	8	8	10	I = 0 (g, g)
${}_{26}^{56}\text{Fe}^{3+}$	26	30	23	I = 0 (g, g)
${}_{92}^{238}\text{U}$	92	143	92	ngz (g, u)

⑤ Die gemessene Atommasse von ${}^{16}\text{O}$ beträgt $m_{16\text{O}} = 15.99491 \text{ u}$.

a) Berechnen Sie den Massendefekt Δm

b) Geben Sie die Bindungsenergie E_b in MeV an.

c) Berechnen Sie die Bindungsenergie pro Nukleon und vergleichen Sie mit dem Wert für ${}^4\text{He}$ aus dem Skript (~ 7.1 MeV/Nukleon)

⑥ Bei der Spaltung von ${}^{235}\text{U}$ läuft unter anderem die folgende Reaktion ab. Berechnen Sie die freigesetzte Energie pro Spaltung in MeV. Wie viele Spaltungen ergeben $1 \text{ kWh} = 3.6 \times 10^6 \text{ J}$.

⑦ Der α -Zerfall ${}^{226}\text{Ra} \rightarrow {}^{222}\text{Rn} + \alpha$ setzt Energie frei. Atommassen:

$$m({}^{226}\text{Ra}) = 226.025410 \text{ u}, \quad m({}^{222}\text{Rn}) = 222.017578 \text{ u}, \quad m({}^4\text{He}) = 4.002602 \text{ u}$$

a) Schreiben Sie die vollständige Zerfallsgleichung mit Ladungsausgleich

b) Berechnen Sie den Q-Wert in MeV und Δ (Massendefekt).

c) Wegen Impulserhaltung wird die Energie auf α -Teilchen und Tochterkern aufgeteilt. Leiten Sie aus dem Impulssatz die Aufteilungsformel $E_\alpha = \frac{m_{\text{Rn}}}{m_\alpha + m_{\text{Rn}}} \cdot Q$ her.

d) Berechnen Sie E_α und E_{Rn}

⑧ Der β^- -Zerfall ${}^{14}\text{C} \rightarrow {}^{14}\text{N} + e^- + \bar{\nu}_e$ steht im Zentrum der Radiocarbondatierung.

$$\text{Atommassen: } m({}^{14}\text{C}) = 14.003242 \text{ u}, \quad m({}^{14}\text{N}) = 14.003074 \text{ u}.$$

a) Berechnen Sie den Q-Wert in keV.

b) Im Experiment beobachtet man, dass die kinetische Energie des Elektrons kontinuierlich zwischen 0 und einem Maximalwert verteilt ist, nicht diskret. Warum?

c) Welchen Maximalwert hat die Elektronenenergie?

⑤ Berechnen Sie für unten gelisteten Nuklide den Massendefekt Δm , die Bindungsenergie E_b und die Bindungsenergie pro Nukleon E_b/A . Verwenden Sie $m(^1\text{H}) = 1.007825 \text{ u}$ und $m_n = 1.008665 \text{ u}$.

Nuklid	Z	N	Atommasse
^2H	1	1	2.014102 u
^4He	2	2	4.002602 u
^{12}C	6	6	12.000000 u
^{56}Fe	26	30	55.934938 u
^{238}U	92	146	238.050788 u

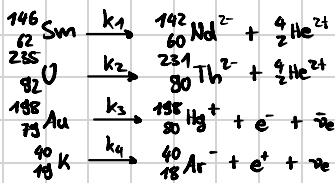
Skizzieren Sie qualitativ den Verlauf E_b/A vs. A und identifizieren Sie das Maximum.

Einfache Zerfallskinetik

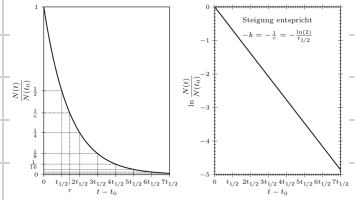
Wir nehmen an wir haben eine Box in der 1 mol ^{238}U ist. Dieses zerfällt über die Zeit zu ^{234}Th und wir wollen jetzt die Zerfallskinetik (zeitliche Entwicklung der Teilchenzahl $N(t)$) untersuchen. Zu Beginn sind viele Teilchen vorhanden, also viele Zerfälle, was immer stärker abnimmt. Die Zerfallsgeschwindigkeit ist proportional zur Anzahl vorhandener Teilchen $N(t)$. Die Zerfallsgeschwindigkeit entspricht der Änderung der Teilchenzahl über die Zeit, also die zeitliche Ableitung $\frac{dN(t)}{dt}$.

$$X \xrightarrow{k} Y \quad \frac{dN_X(t)}{dt} = -kN_X(t) = -\frac{dN(t)}{dt} \xrightarrow{\text{Sep. d.V.}} \int \frac{dN}{N} = -k \int dt \Leftrightarrow \ln(N) = -kt + C \Rightarrow N(t) = N_0 e^{-kt}$$

Der radioaktive Zerfall ist stochastisch für ein einzelnes Atom und unabhängig von äusseren Parametern wie Druck, Temperatur, etc. Die Zerfallsrate $\frac{dN}{dt}$ ist proportional zur Teilchenzahl N mit dem Proportionalitätsfaktor k , die Zerfallskonstante in $[k] = s^{-1}$ (strikt positiv).



$$\begin{aligned}
 \frac{dN_{\text{Sm}}}{dt} &= -k_1 N_{\text{Sm}} \\
 \frac{dN_{\text{U}}}{dt} &= -k_2 N_{\text{U}} \\
 \frac{dN_{\text{Au}}}{dt} &= -k_3 N_{\text{Au}} \\
 \frac{dN_{\text{K}}}{dt} &= -k_4 N_{\text{K}}
 \end{aligned}$$



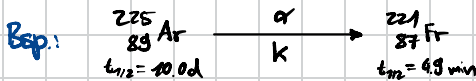
Wir definieren einige Grössen im Zusammenhang mit Radioaktivität, die in unterer Tabelle zusammengeliefert sind. Dieses Umrechnen ist typische Klausuraufgabe.

Grösse	Gleichung	Einheit	Bedeutung
Zerfallskonstante k	$\frac{dN}{dt} = -kN$	$[k] = s^{-1}$	Zeit zur Halbierung der Teilchenzahl
Halbwertszeit $t_{1/2}$	$t_{1/2} = \frac{\ln(2)}{k}$	$[t_{1/2}] = s$	
Lebenszeit τ	$\tau = \frac{1}{k}$	$[\tau] = s$	Zeit bis $\frac{1}{e}$ der ursprünglichen Teilchenzahl erreicht ist
Aktivität $A(t)$	$A = kN = -\frac{dN}{dt}$	$[A] = Bq = s^{-1}$	Anzahl Zerfälle pro Sekunde

Bsp: $t_{1/2}({}^{238}\text{U}) = 245\,500\text{ a}$

$$k = \frac{\ln(2)}{t_{1/2}} = 8.947 \times 10^{-14} \text{ s}^{-1}$$

$$\tau = \frac{1}{k} = 1.291 \times 10^{13} \text{ s}^{-1}$$



$$k = \frac{\ln(2)}{t_{1/2}} = 8.02 \times 10^{-7} \text{ s}^{-1}$$

Nach 20.0 Tagen: $N(t) = N_0 e^{-kt} \Rightarrow N(20.0\text{ d}) = 1000 e^{-k \cdot 20.0\text{ d}} = 250$

⑩ Eine ${}^{90}\text{Sr}$ -Probe (reiner β -Emitter) wird über mehrere Jahre verfolgt. Bei $t=0$ wird eine Aktivität von $A_0 = 8.00\text{ MBq}$ gemessen, nach $\Delta t = 5.0\text{ a}$ noch $A = 7.07\text{ MBq}$.

a) Berechnen Sie die Zerfallskonstante k in a^{-1} und in s^{-1} .

b) Bestimmen Sie die Halbwertszeit $t_{1/2}$ und vergleichen Sie mit dem Tabellenwert ($\sim 28.8\text{ a}$).

c) Wie viele ${}^{90}\text{Sr}$ -Atome enthielt die Probe bei $t=0$?

⑪ Eine medizinische Probe enthält $N_0 = 1.0 \times 10^{12}$ Atome ${}^{99\text{m}}\text{Tc}$ ($t_{1/2} = 6.0\text{ h}$).

a) Berechnen Sie die Anfangsaktivität in Bq und in Ci (mit $1\text{ Ci} = 3.7 \times 10^{10}\text{ Bq}$).

b) Welche Aktivität verbleibt nach 24h? Geben Sie auch das Verhältnis A/A_0 an.

c) Nach welcher Zeit ist die Aktivität auf 1% der Anfangsaktivität gesunken?

12 Ein Krankenhaus produziert einen Vorrat ^{134}I ($t_{1/2} = 8.03\text{d}$) mit Anfangsaktivität $A_0 = 200\text{ GBq}$. Bevor das Material in die normalen Krankenhausabfälle entsorgt werden darf, muss die Aktivität unter $A_{\text{krit}} = 10\text{ MBq}$ sinken.

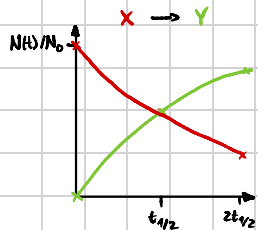
a) Wie viele Halbwertszeiten sind nötig, um diese Bedingung zu erfüllen?

b) Wie viele Tage muss das Material zwischengelagert werden?

c) Wie viel Aktivität bleibt nach 80d übrig? Liegt sie noch über A_{krit} ?

Komplexe Zerfälle, Differentialgleichungen, Skizzen

In der Klausur ist häufig gefordert, dass man Zerfallsprozesse grafisch auftragen soll. Das bedeutet man soll die Teilchenzahl $N_x(t)$ gegen die Zeit auftragen. Die entspricht für einen einfachen Zerfall einer exponentiellen Abnahme.

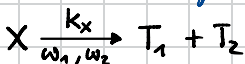


$$\frac{dN_x}{dt} = -\frac{dN_y}{dt} = -kN_x$$

$$N_x(t) = N_0 e^{-kt}$$

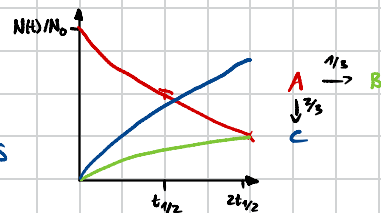
In der Klausur betrachtet man dabei eigentlich nie einfache Zerfälle, sondern immer Folge- bzw. Parallelreaktionen. Es wird erwartet, sinnvolle Vereinfachungen zu betten.

Parallelreaktionen: Sofern ein Mutternuklid auf mehrere Arten zerfallen kann, sind mehrere Parallelreaktionen zu den Tochternukliden T_i mit ihrer jeweiligen Wahrscheinlichkeit ω_i möglich. Die Abnahme der Teilchenzahl des Mutternuklids X ist weiterhin wie folgt beschreibbar.



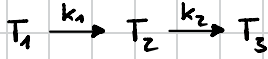
$$\frac{dN_x}{dt} = -k_x N_x$$

Für die Änderung der Teilchenzahl der Tochternuklide muss die Wahrscheinlichkeit des Zerfalls mit einbezogen werden.



$$\frac{dN_{T_1}}{dt} = -\omega_1 \frac{dN_x}{dt} = \omega_1 k_x N_x \quad N_{T_1}(t) = \omega_1 N_x(t_0) (1 - e^{-k_x t})$$

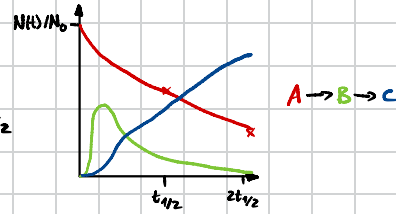
Folgereaktionen: Sofern ein Tochternuklid nicht stabil ist und weiter zerfällt, handelt es sich um eine Folgereaktion, für die sich für jede Teilchenspezies eine DGL aufstellen lässt, was in einem DGL-System endet.



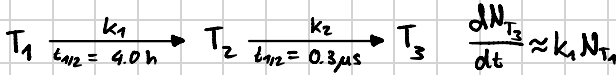
$$\frac{dN_{T_1}}{dt} = -k_1 N_{T_1}$$

$$\frac{dN_{T_2}}{dt} = k_1 N_{T_1} - k_2 N_{T_2}$$

$$\frac{dN_{T_3}}{dt} = k_2 N_{T_2}$$



Folgeprozesse analytisch zu lösen ist sehr zeitintensiv, weswegen bei hinreichend kleiner Halbwertszeit eines Schritts entsprechende Vereinfachungen getroffen werden dürfen



Volle Punktzahl für graphische Auftragung von $N_x(t)$ und $N_y(t)$

1. Korrekte Achsenbeschriftung (x mit t/a und y mit $\frac{N(t)}{N_x(t_0)}$)
2. Die Summe der Kurve muss ca. 1 ergeben
3. Vernachlässigbare Zerfälle bewegen sich nahe null
4. Korrekte Zerfallskurven mit Beschriftung ($t_{1/2}$ ca. $y = 0.5$)

13) Das Isotop ^{22}Na zerfällt mit ca. 90% über β^+ -Zerfälle und ca. 10% über Elektroneneinfang zum selben Tochterisotop ^{22}Ne .

a) Schreiben Sie beide vollständigen Zerfallsgleichungen auf mit Ladungsausgleich.

b) Erklären Sie, warum beide Prozesse zum selben Tochterkern führen und welcher der beiden Prozesse bei sehr leichten Kernen energetisch günstiger ist.

14) Das Isotop ^{212}Bi ist instabil und zerfällt mit zwei parallelen Kanälen:

- mit ca. 64% Wahrscheinlichkeit zu ^{212}Po (anschliessend α -Zerfall zu ^{208}Pb)
- mit ca. 36% Wahrscheinlichkeit zu ^{208}Tl (anschliessend β^- -Zerfall zu ^{208}Pb)

a) Bestimmen Sie für jeden der vier Zerfallsschritte die Zerfallsart und schreiben alle vollständigen Zerfallsgleichungen mit Ladungsausgleich auf.

b) Zeichnen Sie das Zerfallsdiagramm mit allen Verzweigungswahrscheinlichkeiten.

c) Stellen Sie die DGL für die zeitliche Entwicklung der Stoffmenge von ^{208}Pb auf, ohne die Gleichung zu lösen.

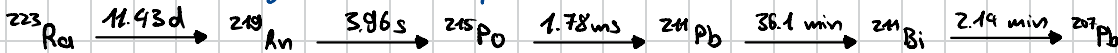
15) Betrachten Sie die Zerfallskette $^{90}\text{Sr} \rightarrow ^{90}\text{Y} \rightarrow ^{90}\text{Zr}$ (stabil). Halbwertszeiten: $t_{1/2}(^{90}\text{Sr}) = 28.8 \text{ a}$, $t_{1/2}(^{90}\text{Y}) = 64.1 \text{ h}$.

a) Schreiben Sie die Zerfallsgleichungen für beide Stufen mit Ladungsausgleich.

b) Stellen Sie die DGLs für $N_{\text{Sr}}(t)$ und $N_{\text{Y}}(t)$ auf. Lösen Sie die DGL für $N_{\text{Sr}}(t)$, aber nicht für $N_{\text{Y}}(t)$

c) Erklären Sie warum sich nach wenigen Tagen ein Zustand einstellt, in dem $dn_{\text{Y}}(t)/dt \approx 0$ gilt.

16) Betrachten Sie die folgende vereinfachte Zerfallsreihe (parallele Zweige werden vernachlässigt; alle Zerfälle sind α oder β^- -Zerfälle). Sie haben zum Zeitpunkt $t=0$ eine reine Probe ^{223}Ra . Sie sollen den zeitlichen Verlauf der relativen Stoffmengen aller Isotope für $t=0$ bis $t=21 \text{ d}$ skizzieren.

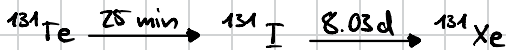


a) Welche Isotope der Reihe sind auf der Tag-Zeitskala "ultra-kurzlebig"? Begründen Sie, warum ihre relativen Stoffmengen während der gesamten Beobachtung näherungsweise konstant und sehr klein bleiben.

b) Berechnen Sie die ^{223}Ra -Zerfallskonstante k und den Anteil ^{223}Ra in der Probe nach 21 d in Prozent.

c) Skizzieren Sie qualitativ $N_{Ra}(t)/N_{Ra}(0)$ und $N_{207Pb}(t)/N_{207Pb}(0)$ auf der gleichen Zeitachse (0-21d).

17) Betrachten Sie die folgende Zerfallsreihe. Beide Schritte sind β^- -Zerfälle. Diese Reihe ist die natürliche Produktionsroute des medizinisch wichtigen ^{131}I . Sie haben zum Zeitpunkt $t=0$ eine reine Probe ^{131}Te und beobachten den Verlauf für $t=0$ bis $t=100$ min.



a) Welches Isotop kann auf dieser kurzen Zeitskala näherungsweise als stabil betrachtet werden?

b) Berechnen Sie die Zerfallskonstanten von ^{131}Te und ^{131}I in s^{-1} . Welcher Anteil von ^{131}I zerfällt während der 100 min tatsächlich?

c) Skizzieren Sie qualitativ den Verlauf der relativen Stoffmengen $N_{\text{Te}}(t)$, $N_{\text{I}}(t)$ und $N_{\text{Xe}}(t)$ für $t=0$ bis 100 min. Welcher charakteristische Punkt liegt bei $t=25$ min.

Stabilität von Kernen

Ein Grossteil der bekannten Nuklide ist instabil, wobei instabile Isotope nur dann natürlich vorkommen, wenn ihre Halbwertszeit hinreichend gross ist.

Isotope	Atom des gleichen Elements, aber unterschiedlicher Neutronenzahl
Isotone	Atome mit derselben Neutronenzahl
Isobare	Atome mit derselben Massenzahl
Isodiaphere	Atome mit dem gleichen Neutronenüberschuss $A - 2Z$
Isomere	Metastabile angeregte Kernzustände

- Es existieren keine stabilen Isotope mit $Z > 83$
- Es existieren keine stabilen Isotope mit $\eta < 1$ (ausser H, H_2) mit $\eta = \frac{A-Z}{Z}$
- Die meisten stabilen Isotope haben eine gerade Protonen und Neutronenzahl ($I=0$)
- Sofern die Protonen- oder Neutronenzahl zu den Zahlen $2, 8, 20, 28, 50, 82, 126$ gehören, sind die Kerne besonders stabil.

18) In der Tabelle sind fünf Isotope mit Ordnungszahl Z und Massenzahl A angegeben. Beurteilen Sie anhand des N/Z -Verhältnisses, welche Zerfallsart Sie für jedes Isotop erwarten und schreiben Sie die entsprechende Zerfallsgleichung auf.

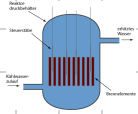
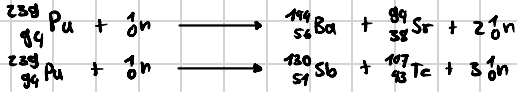
	Z	A	Stab. Isotop
^{11}C	6	11	^{12}C
^{15}O	8	15	^{16}O
^{90}Sr	38	90	^{88}Sr
^{222}Rn	86	222	/
^{40}K	19	40	^{39}K

19) Beurteilen Sie für die folgenden Nuklide den wahrscheinlichsten Zerfallsmodus anhand des N/Z -Verhältnisses und der Lage relativ zum Stabilitätsstal

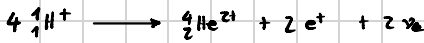
	Z	N	N/Z
^{13}N	7	6	
^{29}Na	11	13	
^{137}Cs	55	82	
^{215}Po	84	131	
^{18}Ne	10	8	

Kernspaltung und Kernfusion

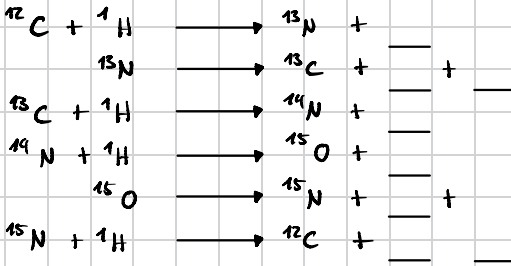
Durch den Beschuss von instabilen schweren Atomen (^{235}U , ^{238}U , ^{239}Pu) mit langsamen Neutronen kann es zur Kernspaltung kommen. Bei diesem Zerfall werden ebenfalls Neutronen emittiert, welche durch Moderatoren, wie H_2O oder D_2O , abgebremst werden müssen, damit sie ebenfalls Kernspaltung induzieren können.



Bei der Kernfusion werden sehr leichte Kerne zu schweren fusioniert, wobei deutlich mehr Energie frei wird, als bei der Kernspaltung, jedoch müssen extreme Reaktionsbedingungen ($T \approx 10^8\text{K}$) erfüllt sein.



20) In massereichen Sternen läuft neben der p-p-Kette auch der CNO-Zyklus ab. Ergänzen Sie die fehlenden Teilchen und geben Sie für jeden Schritt den Reaktionstyp (Fusion, β^- , β^+ , γ) an:



21) Bei der induzierten Spaltung von ^{235}U läuft u.a. die folgende Reaktion ab.
Atommassen: $m(^{235}\text{U}) = 235.04393\text{ u}$, $m(^{141}\text{Ba}) = 140.91440\text{ u}$, $m(^{92}\text{Kr}) = 91.926156\text{ u}$.



a) Berechnen Sie den Q-Wert in MeV.

b) Welche Masse an ^{235}U muss verbraucht werden, um den jährlichen elektrischen Energiebedarf eines durchschnittlichen Schweizer Haushalts (5000 kWh) zu decken.
(Annahme: thermisch-elektrischer Wirkungsgrad 33%)

c) Vergleichen Sie mit dem Heizwert von Steinkohle ($\sim 30 \text{ MJ/kg}$). Wie viel Kohle wäre nötig?

22) In der Sonne läuft vereinfacht die p-p-Reaktion ab: $4 \text{ } ^1\text{H} \rightarrow \text{}^4\text{He} + 2\text{e}^+ + 2\nu\text{e}$
Verwenden Sie die Bilanz $4m(^1\text{H}) - m(^4\text{He})$. Atommassen: $m(^1\text{H}) = 1.007825 \text{ u}$,
 $m(^4\text{He}) = 4.002602 \text{ u}$.

a) Berechnen Sie die freigesetzte Energie pro Reaktion in MeV und in J.

b) Die Sonne strahlt mit $L = 3.83 \times 10^{26} \text{ W}$. Wie viele p-p-Reaktionen pro Sekunde sind nötig?

c) Welche Masse verliert die Sonne pro Sekunde?

d) Wenn theoretisch 10% der Sonnenmasse ($M = 1.989 \times 10^{30} \text{ kg}$) für Fusion verfügbar wäre, wie lang könnte die Sonne in diesem Tempo strahlen?

Radiodatering

Durch die Messung von Teilchenmengen einer radioaktiven Substanz in alten Steinen oder organischen Materialien, kann dessen Alter bestimmt werden. Dazu muss die Halbwertszeit des radioaktiven Materials in der Größenordnung der zu bestimmenden Zeiträume liegen. Die allgemeine Zerfallsgleichung kann nach der Zeit umgeformt werden.

$$N(t) = N_0 e^{-kt} \Leftrightarrow t = -\frac{1}{k} \ln\left(\frac{N(t)}{N_0}\right)$$

23) Eine archäologische Holzprobe mit Kohlenstoffgehalt 10g zeigt eine ^{14}C -Aktivität von $A = 0.115 \text{ Bq}$. Frisches Holz hat eine spezifische ^{14}C -Aktivität von $A_0 = 0.239 \text{ Bq/g}$. Halbwertszeit $t_{1/2}(^{14}\text{C}) = 5730 \text{ a}$.

a) Berechnen Sie das Alter der Probe.

b) Bis zu welchem Alter ist die ^{14}C -Methode anwendbar, wenn man Aktivitäten ab 1mBq messen kann.

c) Wodurch wird das ^{14}C in der Atmosphäre kontinuierlich nachgebildet, sodass die Konzentration näherungsweise konstant bleibt?

24) Eine Probe von Basalt aus einem alten Lavafluss enthält $10 \times 10^{-6} \frac{\text{mol}}{\text{g}}$ ^{40}K und $5,0 \times 10^{-7} \frac{\text{mol}}{\text{g}}$ ^{40}Ar . Halbwertszeit $t_{1/2} (^{40}\text{K}) = 1,25 \times 10^9 \text{a}$. Verzweigungsverhältnis 89% via β^- zu ^{40}Ca und 11% via EC zu ^{40}Ar .

a) Berechnen Sie aus der den gemessenen ^{40}K und ^{40}Ar -Mengen die ursprüngliche ^{40}K -Menge (zum Zeitpunkt der Gesteinserstarung).

b) Berechnen Sie das Alter der Probe in Milliarden Jahren.

c) Warum funktioniert diese Methode für Vulkangestein, aber prinzipiell nicht für Sedimentgestein?

25) In einem szintigrafischen Untersuchungsverfahren wird einem Patienten ($m = 70\text{kg}$) ein Präparat mit Anfangsaktivität $A_0 = 100\text{MBq}$ $^{99\text{m}}\text{Tc}$ verabreicht ($t_{1/2} = 6,0\text{h}$, γ -Energie pro Zerfall: $E_\gamma = 140\text{keV}$). Nehmen Sie an, dass 50% der Photonen vom Körper absorbiert werden.

a) Berechnen Sie die Anzahl der Zerfälle, die in den ersten 24h stattfinden

b) Welche Energie wird in diesem Zeitraum im Körper deponiert?

c) Berechnen Sie die effektive Dosis in Sv ($1\text{Sv} = 1 \frac{\text{J}}{\text{kg Körper}}$).